

令和6年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その1)

受験 番号	番
----------	---

- 1** a は $a > 1$ を満たす実数とし, $f(x) = |a^{2x} - 6a^x + 5|$ とする。 (1) $a = 2$ のとき, 不等式 $f(x) \geq 3$ を解け。
(2) $1 \leq x \leq 2$ において常に $f(x) \geq 3$ であるような, a の値の範囲を求めよ。 (解答はこのページ内におさめること)

- 2** 自然数 n に対して, 多項式 $P_n(x)$, $Q_n(x)$ を次のように定める。
$$P_1(x) = x, \quad Q_1(x) = 1, \quad P_{n+1}(x) = xP_n(x) - Q_n(x), \quad Q_{n+1}(x) = P_n(x) + xQ_n(x) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
(1) $P_2(x)$, $P_3(x)$, $P_4(x)$ および $Q_2(x)$, $Q_3(x)$, $Q_4(x)$ を求めよ。 (2) i は虚数単位とする。 $P_n(x) + iQ_n(x) = (x+i)^n$ を証明せよ。
(3) $n \geq 2$ のとき, $x = \frac{1}{\tan \frac{\pi}{2n}}$ は方程式 $P_n(x) = 0$ の解であることを証明せよ。 (解答はこのページ内におさめること)

令和6年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その2)

受験 番号	番
----------	---

3

ある工場では、製品 X, Y を製造している。それらを製造するために必要な原料は A, B の2種類で、A, B の在庫は十分にあるものとする。また、X, Y を 1 kg 製造するために必要な原料の量と、1 か月間にこの工場で使用できる原料の最大量は、右の表の通りである。(解答はこのページ内におさめること)

	原料 A	原料 B
製品 X	2 kg	9 kg
製品 Y	4 kg	3 kg
1 か月間に 使用できる最大量	300 kg	450 kg

(1) ある月の X, Y 1 kg あたりの利益は、それぞれ 5 万円, 3 万円である。この月に最大の利益を得るには、X, Y をそれぞれ何 kg 製造すればよいか。また、このときの利益はいくらか。

(2) X, Y 1 kg あたりの利益は、月ごとに変動する。ある月の X, Y 1 kg あたりの利益をそれぞれ p 万円, q 万円とする。ただし、 p, q は 0 以上の実数である。最大の利益を得るように X, Y を製造するとき、得られる利益が 300 万円以上となるような点 (p, q) の範囲を、 pq 平面上に図示せよ。

令和6年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その3)

受験 番号	番
----------	---

4 以下の問いに答えよ。(解答はこのページ内におさめること)

(1) 定積分 $\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ および $\int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$ を求めよ。

(2) 円 $x^2 + (y-1)^2 = 2$ で囲まれた図形が x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を求めよ。

令和6年度学力検査問題

数 学 (4枚のうち その4)

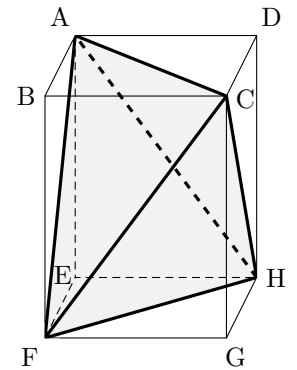
受験 番号	番
----------	---

5

右図のように、直方体 ABCD-EFGH と、4点 A, C, F, H を頂点とする四面体 P がある。
次の条件 (a), (b) を満たすとき、以下の問いに答えよ。

- (a) $AB < AD < AE$
 - (b) 四面体 P の各辺の長さは、いずれも 1 桁の整数である。
- (解答はこのページ内におさめること)

(1) 四面体 P の 6 辺の長さの和の最大値を求めよ。また、そのときの四面体 P の体積を求めよ。



(2) 四面体 P の 6 辺の長さの和の最小値を求めよ。また、そのときの四面体 P の体積を求めよ。